Základy matematiky

1. Výroky (pravdivostná hodnota, negácia jednoduchého výroku, logické spojky, tabuľka pravdivostných hodnôt a pravdivosť zložených výrokov, kvantifikátory a negácia kvantifikovaných výrokov)

2. Dôkazy (opíšte základné druhy dôkazov: priamy, nepriamy, sporom).

3. Množiny (spôsob určenia množiny, podmnožina, prienik a zjednotenie množín, doplnok množiny, Vennove diagramy). Na konkrétnom príklade konečných množín demonštrujte vzťah medzi počtom prvkov množín *A*, *B*,  a .

4. Teória čísel (prvočíslo, zložené číslo, deliteľ, násobok, nsn, nsd, nesúdeliteľné čísla, prvočíselný rozklad). Na vhodných príkladoch popíšte ich použitie.

5. Výrazy (algebrický výraz, mnohočlen, definičný obor výrazu, úprava výrazov: úprava na súčin, doplnenie na štvorec pre kvadratický mnohočlen, vynímanie pred zátvorku, použitie vzťahov, krátenie výrazu, odstránenie odmocniny z menovateľa). Uveďte vlastné príklady.

6. Nerovnica a jej úpravy. Riešenie kvadratických nerovníc s použitím i bez použitia grafu kvadratickej funkcie.

7. Kvadratická rovnica a jej riešenie (riešenie úplnej a neúplnej kvadratickej rovnice, vzťahy medzi koeficientmi kvadratickej rovnice a počtom riešení).

8. Riešte v R: x3+4 log x = 10x6 (Uvedomte si definičný obor)

9. Riešte v R: log2 (9-2x)=3-x (Uvedomte si definičný obor)

10. Dokážte, že ak má kvadratická rovnica ax2 + bx + c = 0, pričom a, b, c, x sú reálne čísla, a ≠ 0, korene x1, x2, tak pre ne platí: x1 + x2 = , x1 . x2 = .

11. Zvoľte vhodný typ dôkazu pre tieto vety:

a) Pre každé n ∈ N platí: Ak 3 delí číslo n2, tak 3 delí n.

* + 1. Pre každé n ∈ N platí: 2 delí n práve vtedy, keď 4 delí n2.

12. Dokážte, že pre dva ľubovolné výroky platí:

a)  b) 

c)  d) 

13. Riešte rovnice:

* + - 1. tg x = sin 2x
      2. 3.tg x = sin 2x

14. Riešte rovnicu:

* + - 1. tgx + cotgx = 2

15. Zistite, či výraz  nadobúda hodnotu:

* + - 1. 7
      2. -0,3.

*Návod: Najprv daný zlomok zjednodušte.*

16. Dokážte, že pre každé reálne číslo x platí:

a) sin 2x = 2.sinx.cosx b) cos 2x = cos2x – sin2x

c)  d) 

Návod: využite vzorce: *sin (x + y) = sin x . cos y + cos x . sin y*

*cos (x + y) = cos x . cos y – sin x . sin y)*

17.Nájdite všetky reálne čísla a, pre ktoré má rovnica (a-1) x2 +4x +a +1 = 0 v množine R

jeden koreň.

18. Do cukrárne doniesli dva nové druhy zákuskov. Zo 153 zákazníkov 65 neodolalo a kúpilo

si prvý druh zákuskov. Druhý druh si kúpilo 49 zákazníkov, Tých, ktorí si kúpili obidva

druhy, bola len jedna pätina počtu zákazníkov, ktorí si kúpili aspoň jeden druh zákuskov.

Koľkí zákazníci si kúpili, iba prvý a koľkí iba druhý druh zákuskov? Koľko bolo takých,

ktorí odolali obidvom zvodom?

19. Pre ktoré číslo a nemá sústava 3x + 2y = 5

ax – 5y = 1 riešenie?

20. Dané sú množiny:

A = { x ∈ Z; x2 <10 } B = { x ∈ N; 3/x ∧ x < 17 } C = { x ∈ Z; x2 = 1 ∨ 2.⎢x⎪ < 5 }

Vymenovaním prvkov určte množiny: A, B, C, A∩B, B∪C, C′A

21. Zvoľte vhodný typ dôkazu pre tieto vety:

* + 1. Dokážte: ∀n∈N: 2⎜n2-3n.
    2. Pre každé n ∈ N platí: Ak 3 delí číslo n2, tak 3 delí n.

22. Aké musíme zvoliť číslo m, tak aby sústava rovníc 3x + 2y = 15

x + 2y = m

mala riešenia x, y ktoré sú a) nezáporné, b) kladné?

23. Dokážte, že pre každé prirodzené číslo n platí: Ak 5 delí n2 + 6 , tak 5 nedelí n.

24. Použitím vhodnej substitúcie riešte rovnicu:



25. Vytvorte negácie výrokov:

a) Kúpim si kávu alebo minerálku. b) Ak dostanem čerstvé ovocie, nekúpim kompót.

c) Pomaranče kúpim len vtedy, keď nebudú citróny. d) Dnes chýbajú aspoň 2 žiaci.

e) Číslo 21 je deliteľné číslom 3 a číslom 7. f) Nikto neprišiel.

g) Odišli najviac štyria. h) Chýbajú práve piati žiaci.

i)  *R* : *x* > 7

26. Určte definičný obor daných výrazov a výrazy zjednodušte:

a)  b) 

c) 

27. Určte, pre ktoré hodnoty *m∈R*  daná kvadratická rovnica nemá riešenie v R :



28. a) Dokážte, že súčin dvoch nepárnych čísel je nepárne číslo a súčin dvoch párnych čísel je párne číslo

b) Dokážte sporom, že číslo log27 je iracionálne číslo (Využite vetu dokázanú v a) časti úlohy)

29. Riešte v R : a)  b) 

c)  d) 

30. Riešte rovnice v R:

* + - 1. sin3 *x* – cos3 *x* = 0
      2. sin2x = cos3x . sin2x

31. Predajca chcel predať 100 lacnejších a 50 drahších mobilov. Cenový rozdiel medzi lacnejším a drahším mobilom je 30 €. Pôvodne chcel predať každý lacnejší s 20 % zľavou a drahší s 12 % zľavou. Nakoniec sa rozhodol, že lacnejšie mobily predá so zľavou 40 % a drahšie v pôvodnej cene, čím klesla jeho tržba pri predaji všetkých mobilov o 8 % oproti pôvodnému plánu. Koľko stál lacnejší mobil v akcii so 40 % zľavou.

32. Riešte v R:  > -1.

33. Nech A, B sú pravdivé výroky a C nepravdivý výrok. Zistite, ktorý z nasledovných

zložených výrokov je pravdivý.

a)  b)  c)  d)  e) .

34. Určte všetky reálne čísla x, pre ktoré platí:



**35. Vypočítajte súčet prirodzených koreňov rovnice:**



**36. Dané sú podmnožiny A, B, C neprázdnej množiny M. Pomocou Vennových diagramov dokážte, že platí:**



**(A´ je doplnok množiny A na množinu M).**

**37. V 4.A poklesol pre chorobu počet chlapcov o 25% a počet dievčat o 20%. Tak bolo v triede 25 žiakov. Keby poklesol počet chlapcov o 50% a počet dievčat o 40%, bolo by v triede iba 18 žiakov. Koľko žiakov chodí do 4.A?**

**38. Určte všetky reálne čísla x, pre ktoré platí:**

